

# Exponentropie



Warum die Zukunft anders war  
und die Vergangenheit gleich wird

*Prof. Dr. Tobias Breiner*

Synergia 

Titel: Exponentropie – Warum die Zukunft anders war und die Vergangenheit gleich wird

Autor: Tobias Breiner

1. Auflage, Juli 2012

Veröffentlicht im Synergia Verlag,

Erbacher Straße 107, 64287 Darmstadt,

[www.synergia-verlag.de](http://www.synergia-verlag.de)

Alle Rechte vorbehalten

Copyright 2012 by Synergia Verlag, Darmstadt

Umschlaggestaltung: Tobias Breiner und FontFront.com

Lektorat: Kai Richter

Printed in EU

ISBN: 978-3-939272-41-0

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek: Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet unter <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

## INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort .....	9
Grundlagen mathematischer Wachstumskurven.....	13
Exponentielles Wachstum .....	13
Quadratisches Wachstum .....	16
Logistisches Wachstum .....	18
Quasilogistisches Wachstum .....	20
Fibonacci-Wachstum .....	22
Goldenes Wachstum .....	31
Exponentielles und quasilogistisches Wachstum bei Geburten und Sprache .....	45
Der Malthusianismus.....	45
Die Prognosen des Club of Rome .....	49
Der demografische Rückgang.....	53
Einwanderung und Bevölkerungswachstum .....	57
Exponentielle Kurven beim deutschen Vokabular .....	59
Exponentielle Kurven beim Zinseszins .....	67
Ablehnung der Religionen gegenüber Zinsgeschäften.....	68
Normalität des Zinshandels.....	71
Der Zins als Beschleuniger der Umverteilung von Arm nach Reich.....	73
Zins im Sozialismus.....	76
Zins und Freiwirtschaftslehren .....	77
Der simulierte Planet.....	81
Monopolaris II .....	84
Erste Ergebnisse .....	86
Legende für die folgenden Wirtschaftsentwicklungsdiagramme.....	87

Die Entwicklung auf Terriu .....	88
Die Entwicklung auf Ignisi .....	91
Die Entwicklung auf Aeria .....	92
Die Entwicklung auf Aquare .....	95
Die Entwicklung auf Tjo.....	96
Grenzen der Monopolaris-Computersimulationen.....	97
Exponentiell verursachte Wirtschaftskrisen .....	99
Erste Wirtschaftskrisen .....	99
Die Weltwirtschaftskrise von 1857 .....	100
Die Depression nach 1873.....	101
Die Weltwirtschaftskrise zwischen 1929 und 1933.....	102
Die Internetkrise um 2000 .....	105
Die Finanzkrise um 2008 .....	108
Prognosen im Schatten der Finanzkrisen .....	110
Vergleich der Wirtschaftskrisen.....	117
Parallelen der beiden schwersten Weltwirtschaftskrisen.....	118
Der Zyklus von Geldsystemen .....	121
Phase 1: Die Stunde Null .....	123
Phase 2: Das Wirtschaftswunder .....	123
Phase 3: Die Explosion der Infrastruktur .....	124
Phase 4: Der soziale Ausbau.....	124
Phase 5: Die Zockerwirtschaft.....	125
Phase 6: Die Ausdünnung der Mittelschicht .....	125
Phase 7: Das Platzen der Blase.....	127
Phase 8: Die Panik .....	128

Phase 9: Der falsche Optimismus.....	128
Phase 10: Der Abwärtsstrudel.....	129
Phase 11: Das Chaos.....	129
Phase 12: Die kriegerische Auflösung .....	130
Exponentielles Spielen und Lernen .....	131
Falsche Lerntechniken.....	131
Die Lernbox .....	133
Exponentielle Lernspiele .....	134
Spiele als beste Form des Lernens .....	135
Computerspiele vs. „echte Spiele“ .....	139
Deutschlands Besonderheiten bei Computerspielen .....	141
Monopoly .....	143
Exponentieller Ressourcenverbrauch bei der Software .....	151
Das teuerste Feuerwerk der Geschichte .....	152
Die verkannte Komplexitätstheorie .....	153
Das Problem des Handlungsreisenden.....	154
Ein Schlüssel, länger als die Dauer des Universums .....	157
Bildfälschungserkennungsalgorithmen .....	159
Internetsuche nach mehrfach verwendeten Bildern .....	171
Exponentielle Kurven beim Technologiewachstum .....	185
Das mooresche Gesetz .....	185
Das mooresche Gesetz für die Grafikhardware.....	186
Restriktionen und Erweiterungen des mooreschen Gesetzes.....	187
Überprüfung der Annahmen von Moravec und Kurzweil .....	188
Erklärungsversuch für die exponentielle Leistungszunahme .....	193

Gedanken zu Prognosen in der Informatik .....	198
Implikationen des verallgemeinerten mooreschen Gesetzes .....	198
Die Diktatur der Technik .....	201
Handys.....	203
E-Mails.....	206
MMORPGs.....	207
Autos .....	210
Gefängnisse.....	212
Weitere Technologien.....	215
Abschluss.....	217
Wie sieht die Zukunft aus?.....	217
Sprengt die Ketten der Menschheit!.....	218
Resümee.....	221
Quellenverzeichnis.....	223
Anhang.....	235
Rechnerdaten und verwendete Quellen für Abbildung 53 .....	235
Kurzbiografie des Autors.....	239

Leserinnen und Leser, die mich von früheren Schriften her kennen, werden sich wundern, dass dieses Buch stilistisch aus der Reihe tanzt. Sie werden schockierende Elemente, beißende Ironie und verschachtelte Wortspiele vermissen. Sie werden vergeblich nach kryptografischen Botschaften und versteckten Codes zwischen den Wörtern suchen. Sie werden sich nur auf einer offensichtlichen Ebene bewegen, denn eine höhere Metaebene ist nicht eingebaut.

Ja, zugegeben, dieses Buch hat einen komplett langweiligen Stil. Es erscheint so, wie die meisten anderen populärwissenschaftlichen Sachbücher: trocken, humorlos und absolut unspektakulär.

Ich selbst traure meiner ursprünglichen Art zu schreiben nach. Bei meinen alten Schriften kann sich der Leser an keiner Stelle sicher sein, ob die Aussagen auch tatsächlich ernst gemeint sind. Er wird dadurch zum eigenständigen Denken angeregt. Die eingebauten Metaebenen und die kryptischen Botschaften wirken auf das Unbewusste. Durch den Wechsel zwischen subkulturellem Jargon und wissenschaftlichem Fachvokabular muss jeder Satz reflektiert werden. Der Intellekt wird gefordert. Durch die verschachtelten Wortspiele wird die Kreativität innerviert. Die teilweise maßlosen Übertreibungen, die derben Provokationen und schockierenden Elemente gleichen metaphorisch den Koans in buddhistischen Klöstern und binden den Leser emotional an den Stoff. Die Provokationen bedienen sich gezielter Übertretungen der politischen Korrektheit, die ja letzten Endes sowieso nichts anderes ist, als eine kontraproduktive, gesamtgesellschaftlich selbst auferlegte Beschränkung der Rede- und Meinungsfreiheit. Dessen ungeachtet, dass die primäre Intention der politischen Korrektheit durchaus richtig ist, kann eine massive Beschränkung der Freiheitsrechte niemals zielführend und erstrebenswert sein. Durch den unkorrekten Stil wird diese Redebeschränkung aufgeweicht.

Diesen positiven Auswirkungen stehen jedoch weit mehr negative Auswirkungen gegenüber, die ich beim Schreiben zugegebenermaßen unterschätzt hatte. Sowohl nach meinem Buch „Panokratie“ als auch nach meinen Artikeln in Fanzines, Jugend- und Wirtschaftsmagazinen, die den breineresken Stil hatten, kam ich in massive Schwierigkeiten:

Stalker jeglicher politischer Couleur zwischen dem Links-Rechts-Spektrum belästigten mich Tag und Nacht mit aggressiven anonymen Anrufen. Es fanden marxistisch angehauchte Demonstrationen und Workshops gegen meine Werke statt. Einige Personen versuchten mit haltlosen Vergleichen im jungen Internet, mich zur Persona non grata zu diffamieren. Dabei rissen sie meine Aussagen aus ihrem ursprünglichen Kontext und garnierten sie mit eigenen Kommentaren, so dass ihr Sinn invertiert wurde. Ich geriet in nervige juristische Schwierigkeiten. Christliche Sekten verboten ihren Jüngern den Umgang mit mir.

Weit weniger Menschen als ich dachte, können eben mit zweideutigen Botschaften umgehen und nur sehr wenige scheinen die ironischen Kapitel als solche erkannt zu haben. Humorlosigkeit ist weit verbreitet. Eine weitere Erkenntnis, die ich gewonnen habe, ist, dass gerade diejenigen Personen, die sich dem

Kampf um die Rationalität verschrieben haben, am irrationalsten reagieren, wahrscheinlich weil sie die eigene emotionale Seite verdrängen. Verdrängung führt jedoch zur Pervertierung.

Mittlerweile haben sich die Wogen geglättet, die ursprünglichen Schriften sind jedoch aktueller denn je. Verschiedene Implikationen haben sich bewahrheitet, die jüngste ist die Finanzkrise, die schon Mitte der achtziger Jahre termingerecht vorhergesehen wurde.

Angesichts der massiven Schwierigkeiten, in die ich damals gekommen bin, wird man mir hoffentlich nachsehen, wenn das vorliegende Buch halbwegs nüchtern und trocken geschrieben ist.

Ein angenehmer Nebeneffekt dieser neuen Nüchternheit ist, dass diese Publikation in andere Sprachen übersetzt werden kann. Dies war bei meinen bisherigen Texten unmöglich. Verschiedene Personen haben sich an der Übersetzung meiner bisherigen Werke die Zähne ausgebissen. Einige Kapitel wurden im angelsächsischen Raum veröffentlicht mit dem Nebeneffekt, dass das Wort „Panokratie“ zwar als „panocracy“ Eingang in das englische Vokabular gefunden hat, jedoch wurde die ursprüngliche klar umrissene Bedeutung verwischt. Es ist eben unmöglich, ganzheitliche Wortspiele und Nuancen des holistisch-synthetischen Deutschen in das analytisch-isolierende Englisch zu transferieren, ohne dass gravierende Bedeutungsverluste auftreten. Diese Übersetzungsbarrieren treten bei „normal“ geschriebenen Texten nicht auf. Ein Buch, welches jedoch nicht in andere Sprachen übersetzt werden kann, hat in einer globalisierten zusammenwachsenden Welt keine Durchschlagskraft. Ein Grund mehr, einen nüchternen, sachlichen Stil zu wählen.

Das vorliegende Buch lohnt sich trotz seiner grauen Form aufgrund seines Inhaltes. Es geht darin vornehmlich um „exponentielle Funktionen“. Dies klingt auf den ersten Blick öde und mancher Leser mag nun denken, der trockene Inhalt passe hervorragend zum grauen Stil. Es soll jedoch gezeigt werden, dass exponentielle Funktionen viele Aspekte des täglichen Lebens tangieren und somit durchaus spannend sind. Ihr Verständnis kann Ihren Alltag erleichtern: Fremdsprachen und Fakten lassen sich mit Hilfe exponentieller Funktionen schneller und nachhaltiger lernen, Navigationssysteme führen Sie sicherer zum Ziel, Ihre intimen Daten können Sie sicher verschlüsseln und Ihr privates Vermögen legen Sie gewinnbringender an, natürlich nur, wenn Sie überhaupt ein Vermögen haben, ansonsten können Sie Schuldenfallen besser erkennen und sich so vor der kompletten Verarmung retten.

Aber exponentielle Funktionen sind nicht nur im persönlichen Bereich relevant, sondern fungieren letzten Endes als Motor für Wirtschaftswunder, Crashes und Kriege. Die letzte Finanzkrise lässt sich beispielsweise unmöglich ohne exponentielle Funktionen verstehen. Auch solche globalwirtschaftlichen Aspekte exponentieller Funktionen werden in vorliegendem Buch behandelt. Es wird auch gezeigt, wie es mir Mitte der achtziger Jahre möglich war, mit Hilfe exponentieller Funktionen die Finanzkrise im Jahre 2008/09 vorauszusagen.

Es wird weiterhin aufgezeigt, dass exponentielle Funktionen oftmals selbst von Wissenschaftlern für Probleme in ungeeigneter Weise bemüht werden, und somit oft für verheerende Fehlprognosen verant-



wortlich sind. Die Schwarzmalerei der vermeintlichen Überbevölkerung und die Weißmalerei einer „New Economy“, die ewig wachen wird, gehören dazu.

Andererseits gibt es häufig angewandte Prognose-Regeln, die tatsächlich auf einer exponentiellen Formel beruhen. Das wohl bekannteste ist das Mooresche Gesetz. Es wird aufgrund von Erfahrungswerten seit nun fast vier Jahrzehnten erfolgreich angewandt, ohne dass man den Grund für seine Gültigkeit kennt. Zum ersten Mal soll in diesem Buch dafür ein Erklärungsmodell aufgezeigt werden. Sollte dieses Erklärungsmodell stimmen – und es spricht vieles dafür – dann sind die damit verbundenen Implikationen fatal, denn es würde bedeuten, dass der Mensch nicht die Technologie beherrscht, sondern die Technologie den Menschen.

Dies würde das herrschende Weltbild ähnlich umkrempeln wie die kopernikanische Revolution und die Evolutionstheorie Darwins. Durch Kopernikus wurde das geozentrische durch ein heliozentrisches Weltbild ersetzt. Dadurch rückte die Menschheit weg vom gedachten Zentrum der Welt und erlebte einen Bedeutungsverlust. Durch die Evolutionstheorie erlitt die Menschheit einen weiteren herben Schlag gegen ihre eitle Hybris. Sie war nun nicht mehr die „Krone der Schöpfung“, sondern lediglich ein Zwischenstadium auf einer evolutionären Verzweigungslinie. Vom biologischen Standpunkt her gesehen unterscheidet sich der Mensch nur unwesentlich von Tieren. Es dauerte infolge der Eitelkeit des Menschen lange, bis er sich eingestand, dass er mit Affen verwandt war und sich in seiner Ahnenreihe unter anderem hässliche Chordatierchen befanden.

In diesem Buch wird ein weit stärkerer Bedeutungsverlust impliziert, denn sein erschreckendes Fazit ist, dass die Menschheit nicht einmal Herrscher über ihr eigenes Produkt ist, die Zivilisation.

Also nicht der menschliche Erfindungsgeist bestimmt, welche Innovationen die Zukunft prägen, sondern die Technologie diktiert umgekehrt dem Menschen, welche Erfindungen sich durchsetzen und wie die Zukunft aussieht. Dieses Weltbild klingt erst einmal komplett verrückt und scheint dem gesunden Menschverstand diametral zu widersprechen, denn wir Menschen glauben, wir könnten frei entscheiden. Dies gilt möglicherweise für einzelne Individuen, aber – wie in vorliegendem Buch aufgezeigt wird – keinesfalls für die gesamte Menschheit. Die Menschheit ist Sklave ihrer eigenen Zivilisation. Sie wird bestenfalls mit der Technologie verschmelzen und darin aufgehen oder als nützliches Technologieanhängsel weiterexistieren. Dies könnte beispielsweise durch Gehirn-Rechner-Schnittstellen oder gar die Transferierung des Bewusstseins ins Internet mittels Gehirnschans und neuronalen Simulatoren geschehen. Im schlechtesten Fall wird die Menschheit von ihrer eigenen Zivilisation ganz abgeschafft, beispielsweise indem die Erde für biologische Systeme unbewohnbar wird oder indem die Technologie sich aktiv gegen die Menschheit erhebt und rebelliert.

Dieser „Bedeutungsverlust der Menschheit“ ist zurzeit noch nicht offensichtlich, da die Technikobjekte noch nicht den Komplexitätsgrad eines Menschen erlangt haben. Gemäß den Implikationen dieses Buches könnte sich die Situation jedoch um das Jahr 2070 ändern. Dann werden Sie für den Preis von inflationsbereinigt 1000 € eine Rechenleistung bekommen, mit der Sie ein menschliches Gehirn dreidimensional in

Echtzeit simulieren können – jedes einzelne Neuron mitsamt neuronalen Dendriten, Synapsen, Neurotransmittern und sonstigen Einzelheiten würde korrekt berechnet. Spätestens dann wird es offensichtlich, dass der Mensch nur eine Vorreiterrolle für die Technologie gespielt hat. Es wird evident, dass er nur eine Zwischenetappe in der Evolution ist. Er wird dann nur noch die zweite Geige spielen. Die Entscheidungen und wichtigen Innovationen werden von der Technik selbst kommen, die sich autonom weiterentwickelt. Der Mensch wird nicht mehr zwingend notwendig sein und kann der weiteren Entwicklung nur staunend und ängstlich zusehen – wenn er dazu überhaupt noch in der Lage ist.

Diese Zukunftsvision klingt erschreckend und fatalistisch. Sie erinnert ein wenig an Raumschiff Orion und andere Science Fiction-Filme, in denen Roboter gegen die Menschen rebellieren und sie versklaven wollen, mit dem kleinen Unterschied, dass wir längst in einem analogen Horrorszenario leben und es oben-drein nicht bemerken.

Eine Lösung aus der Ohnmacht der Menschheit gegenüber ihrer eigenen Technologie kann ich leider in diesem Buch auch nicht aufzeigen, jedoch zumindest eine Abfederung der Folgen. Sollten sich irgendwann panokratische Systeme durchsetzen, so würde zwar die Geschwindigkeit der technologischen Entwicklung immer noch einer exponentiellen Linie folgen, eine panokratisch strukturierte Technologie würde jedoch harmonisch mit der Menschheit interagieren anstatt sie abzuschaffen oder sie zu versklaven. Somit stellt das vorliegende Buch quasi eine Ergänzung und Erklärung des Buches „Panokratie“ dar und wird sich ebenso wenig in klassische Genres einordnen lassen. Es ist irgendwo im Niemandsland zwischen populärwissenschaftlicher Belletristik und wissenschaftlich spezialisierten Fachartikeln angesiedelt. Somit lässt sich in diesem Buch gemütlich schmökern, falls man die mathematischen Beweise überspringt, es liefert aber trotzdem weitreichende Erkenntnisse und Experimente, die zum ersten Mal einem Fachpublikum präsentiert werden.

## EXPONENTIELLES WACHSTUM

*Es irrt der Mensch, solange er strebt.*

Johann Wolfgang von Goethe (1749–1832)

Faust. Der Tragödie erster Teil

*Es war einmal vor langer Zeit ein genialer Game-Entwickler, namens Sissa ibn Dahir. Er lebte im 4. Jahrhundert n. Chr. in Indien und erfand das Schachspiel. Als das Schachspiel dem tyrannischen König Shiram vorgestellt wurde, war dieser König so begeistert, dass er Sissa zu sich kommen ließ. Der König begrüßte Sissa mit den Worten: „Sissa ibn Dahir, es sei Dir ein Wunsch freigestellt!“ Sissa bedankte sich und erwiderte: „OK Mann, dann wünsch ich mir auf dem ersten Feld meines Schachspiels ein Weizenkorn, auf dem zweiten Feld zwei Körner, auf dem dritten Feld vier Körner, auf dem vierten acht Körner und so weiter, also immer das Doppelte bis zum 64. Feld.“ Der König hielt diesen Wunsch zunächst für einem Scherz, so lachte und ROFL-te er laut: „Ich biete Dir Edelsteine, Gold und Ländereien an, doch Du willst nur ein paar lächerliche Körner? Sprich nun Dein wahres Anliegen aus!“. Doch Sissa blieb bei seinem skurrilen Wunsch.*

An dieser Stelle soll das Märchen unterbrochen werden, welches – etwas modifiziert – im indischen Kulturkreis kursiert. [Lindörfer 1991, S. 311] Halten Sie bitte kurz ein, um Ihre eigene Schätzung abzugeben. Bitte rechnen Sie dabei nicht nach, sondern gehen Sie in Ihrem eigenen Interesse nur nach Ihrem Bauchgefühl! Wie viel Körner wird unser Gameentwickler Sissa ibn Dahir wohl ungefähr bekommen? Einen gehäuften Löffel, eine Handvoll, ein Säckchen, einen großen Sack oder sind es gar zehn oder mehr Säcke?

Schreiben Sie bitte Ihre Schätzung hier auf: \_\_\_\_\_

Nachdem Sie Ihren Tipp abgegeben haben, wird das Märchen nun fortgesetzt:

*Einige Tage später fragte der König beim Wächter der Kornkammer nach, ob der „Dummkopf Sissa“ einen oder zwei Sack Weizen in Empfang genommen habe. Doch er musste erstaunt hören, dass seine Rechenbeamten die Weizenkörnermenge noch nicht berechnet hatten. Erst nach mehreren Tagen meldete der Wächter, dass er 18 Trillionen Getreidekörner im ganzen Königreich nicht aufbringen könne.*

*Der König sah seine komplette Niederlage ein, musste abdanken und Sissa übernahm sein Königreich, und wenn er nicht gestorben ist, so lebt er noch heute reich und glücklich als indischer Gameentwickler in Bangalore und schickt seine Kinder an deutsche Hochschulen, auf dass sie ebenso geniale Spieleentwickler werden.*

18 Trilliarden Weizenkörner sind wahrlich ein ganz schöner Batzen: Die Menge entspricht ungefähr des 1000-fachen der globalen Weizenernte des Jahres 2008. Würde man jede Sekunde einen Laster mit Wei-

zenkörnern beladen, so wäre man damit erst nach dem Jahre 5000 n. Chr. fertig. Der entstehende Lasterstau würde sich ca. 300.000 Mal um die Erde spannen.

Betrachten Sie bitte noch einmal Ihre Schätzung, die Sie oben notiert haben. Ich vermute, Sie haben mit Ihrer Zahl danebengelegt und nicht nur knapp daneben – zumindest wenn Sie das indische Märchen noch nicht gekannt haben. Machen Sie sich aber nichts draus! Sie sind mit Ihrer Fehleinschätzung in besser Gesellschaft von indischen Herrschern, russischen Zaren und renommierten Wirtschaftswissenschaftlern.

Auch als ich im Motivationsteil einer Heidelberger Informatikvorlesung die Körnermenge einschätzen ließ, kam kein einziger der Studierenden im Hörsaal auch nur annähernd auf die korrekte Größendimension. Alle lagen weit darunter. Die Hälfte tippte auf Mengen, die ein Sack Weizen unterschritten hätten. Selbst die beste intuitive Schätzung lag immer noch um mehr acht Zehnerpotenzen unter der korrekten Zahl.

Worin liegt nun der Grund für diese eklatanten Fehleinschätzungen? Dazu betrachten wir uns das Wachstumsverhalten der Körnermenge  $K$  genauer: In dem indischen Körnermärchen werden jeweils  $2^i$  Körner auf das  $i$ -te Schachfeld gelegt. Um die Gesamtsumme aller Körner auf dem Schachbrett zu ermitteln, müssen die Körner bis zum  $n$ -ten Schachfeld aufsummiert werden. Wenn alle 8 mal 8 Felder des Schachbrettes belegt sind, ist  $n = 64$ . Diese Zusammenhänge können wir auch in einer kurzen Formel beschreiben:

$$K = \sum_{i=1}^n 2^i$$

Die Formel können wir noch etwas vereinfachen:

$$K = \sum_{i=1}^n 2^i = 2^{n+1} - 1 = 1 \cdot 2^{n+1} - 1$$

Wenn wir  $n+1$  mit  $x$ ,  $-1$  mit  $a$ ,  $1$  mit  $c$  und  $2$  mit  $b$  ersetzen (substituieren) erhalten wir:

$$K(x) = c \cdot b^x + a$$

Die Körneranzahl folgt demnach einer allgemeinen Formel, die mit  $f(x) = cb^x + a$  beschrieben werden kann. Kurven, die auf dieser Funktion basieren, wobei  $a$ ,  $b$  und  $c$  drei beliebige Konstanten darstellen, nennt man *exponentiell*. In älteren Schriften spricht man auch von *geometrischen* Kurven.

Damit die exponentielle Formel einen Sinn macht, sollte  $c$  ungleich Null und  $b$  weder gleich Null, gleich Minus Eins noch gleich Eins sein. Im engeren Sinne spricht man nur dann von einer exponentiellen Kurve, wenn  $b$  größer als 1 ist, also:

$$f_{exp}(x) = c \cdot b^x + a \quad , b > 1, c \neq 0$$

Mit diesen exponentiellen Kurven haben wir meist große Schwierigkeiten. Sie entziehen sich jeglicher intuitiven Schätzung. Dafür mag es eine evolutionäre Erklärung geben:

Exponentielles Wachstum kommt in der Natur nicht vor, es sei denn bei Krebszellen, die sich ebenfalls annähernd exponentiell vermehren – zumindest so lange, bis der Wirtsorganismus stirbt. Genau betrachtet ist das Wachstum in Wirklichkeit aber ebenfalls nur scheinbar exponentiell, mehr dazu im Kapitel „logistisches Wachstum“ auf Seite 18. Unsere evolutionären Vorfahren haben daher in ihrem Alltag nie mit exponentiellen Kurven zu tun gehabt und die Kenntnis exponentieller Gesetzmäßigkeiten hatte nie einen Selektionsdruck innerhalb der Evolution ausgeübt. So konnte sich unser Geist evolutionär auch nicht auf exponentielles Wachstum einstellen. Bei exponentiellen Kurven versagt unser „gesunder Menschenverstand“ kläglich, obschon er uns ansonsten ja gute Dienste leistet. Wir können uns bei solchen Kurven einfach nicht auf unser „Bauchgefühl“ verlassen.

Erst seit der Einführung von Geldgeschäften wird die Menschheit mit dem Exponentiellen direkt konfrontiert, denn exponentielle Kurven treten in Wirtschaftsprozessen sehr häufig auf. Nicht nur Zins und Zinsszins folgen exponentiellen Gesetzmäßigkeiten, sondern auch die potentielle Volatilität von Aktienkursen. Indirekt hängen so ganze Volkswirtschaften von exponentiellen Kurven ab – eben jenen Kurven, die Menschen nicht intuitiv einschätzen können, was naturgemäß fatale Folgen hat. Dieser Zusammenhang wird im Kapitel „Exponentiell verursachte Wirtschaftskrisen“ auf Seite 99 näher beleuchtet.

Mit Einführung des Computers mehrten sich die Berührungspunkte von Menschen mit exponentiellen Kurven. Auch bei Rechnern treten an verschiedenen Stellen exponentielle Zusammenhänge auf, beispielsweise bei der Speicherplatzberechnung und verschiedenen Algorithmen. Das Kapitel „Exponentieller Ressourcenverbrauch bei der Software“ auf Seite 151 wird dieses Thema behandeln.

Im Kapitel „Exponentielle Kurven beim Technologiewachstum“ auf Seite 185 wird aufgezeigt, dass nicht nur die Entwicklung der Leistungsfähigkeit von Computern einer exponentiellen Linie folgt, sondern auch unsere gesamte technologische Entwicklung. Die Schlussfolgerung ist erschreckend, da sie einen weit größeren Bedeutungsverlust des Menschen impliziert als die kopernikanische Revolution.

Sie fragen sich bestimmt, warum Sie sich mit der Wachstumseinschätzung von mathematischen Linien befassen sollten? Reicht es nicht vollkommen aus, wenn sich ein paar Informatiker, Mathematiker und andere Nerds damit auseinandersetzen?

Nein, ob Sie es glauben oder nicht, die Fehleinschätzung von exponentiellen Kurven betrifft Sie in Ihrem täglichen Leben. Diese teuflischen mathematischen Funktionen sind dafür verantwortlich, dass Sie entweder in Ihrem Leben „nichts gebacken kriegen“ oder dass Ihnen scheinbar alles Glück der Welt wie von selbst zufliegt. Exponentielle Kurven sind dafür verantwortlich, dass Weltreiche aufblühen und untergehen und dass technische Entwicklungen quasi wie aus dem Nichts erscheinen. Sie sind dafür verantwortlich, dass Ihr verborgenes Genie als solches erkannt wird oder dass Sie mit dem Nimbus eines verschrobenen Spinners am Lebensende in die Erdkiste fallen.

Exponentielle Kurven verraten darüber hinaus eine Menge über Ihre nahe und ferne Zukunft. Sie sagen zum Beispiel aus, dass die Wahrscheinlichkeit recht hoch ist, dass um das Jahr 2070 ganze menschliche Gehirne in Echtzeit simuliert werden können und dass – zumindest falls es bis dahin Gehirnschanner gibt – Ihre Enkel somit möglicherweise die Möglichkeit haben werden, ihr Bewusstsein ins Internet zu transferieren und unendlich als Avatar in virtuellen Welten ihr Dasein zu fristen – ob dies eine faszinierende oder doch eher eine erschreckende Vision ist, sei dahingestellt. Exponentielle Kurven zeigen Ihnen, wie Sie Ihr Geld am besten anlegen können, wie Sie reich werden und warum Sie trotzdem für ein geldloses Wirtschaftssystem kämpfen sollten.

## QUADRATISCHES WACHSTUM

*Fallen ist keine Schande,  
aber Liegenbleiben.*  
Demokrit (ca. 460–380 v.Chr.)

Exponentielle Kurven werden von mathematischen Laien oft mit quadratischen Kurven verwechselt – vermutlich weil sie beide einander ähnlich sehen. Zumindest wenn man nur denjenigen kleinen Abschnitt im vierten Quadranten des Koordinatensystems betrachtet, in dem die Kurve ansteigt, wachsen beide Kurven erst langsam an, dann jedoch immer schneller.

Exponentielle und quadratische Kurven werden jedoch jeweils komplett anders berechnet. Während exponentielle Funktionen mit Hilfe der Formel  $f(x) = be^x + a$  beschrieben werden können, greifen quadratische Kurven auf Formeln der Art  $f(x) = bx^2 + a$  zurück.

Quadratisches Wachstum kommt in der Biologie ebenfalls nicht vor, deshalb hat der Mensch auch hier Schwierigkeiten, die Kurve korrekt einzuschätzen. Allerdings gibt es durchaus in der Physik einige quadratische Formeln. So spielen sie beispielsweise in der Ballistik eine große Rolle. Der Fall einer Kugel folgt annähernd einer Parabel, deren  $y$ -Wert mit Hilfe der quadratischen Formel  $s(t) = -\frac{1}{2}gt^2$  beschrieben werden kann. Dabei ist  $s(t)$  die Strecke, welche die Kugel nach der Zeit  $t$  schon heruntergefallen ist, und  $g$  ist die Erdbeschleunigung, die in unseren Breiten ca.  $9,81 \text{ m/s}^2$  beträgt.

Auch der Luftwiderstand wächst quadratisch zur Geschwindigkeit. Dies ist einer der Hauptgründe, warum der Benzinverbrauch pro zurückgelegten Kilometer in der Regel steigt, je schneller wir fahren. Würde es den Luftwiderstand nicht geben, wäre es demnach für unsere Umwelt ziemlich egal, ob Sie mit 100 oder mit 200 km/h über die Autobahn rasen – Ihrer Lebensversicherung allerdings nicht.

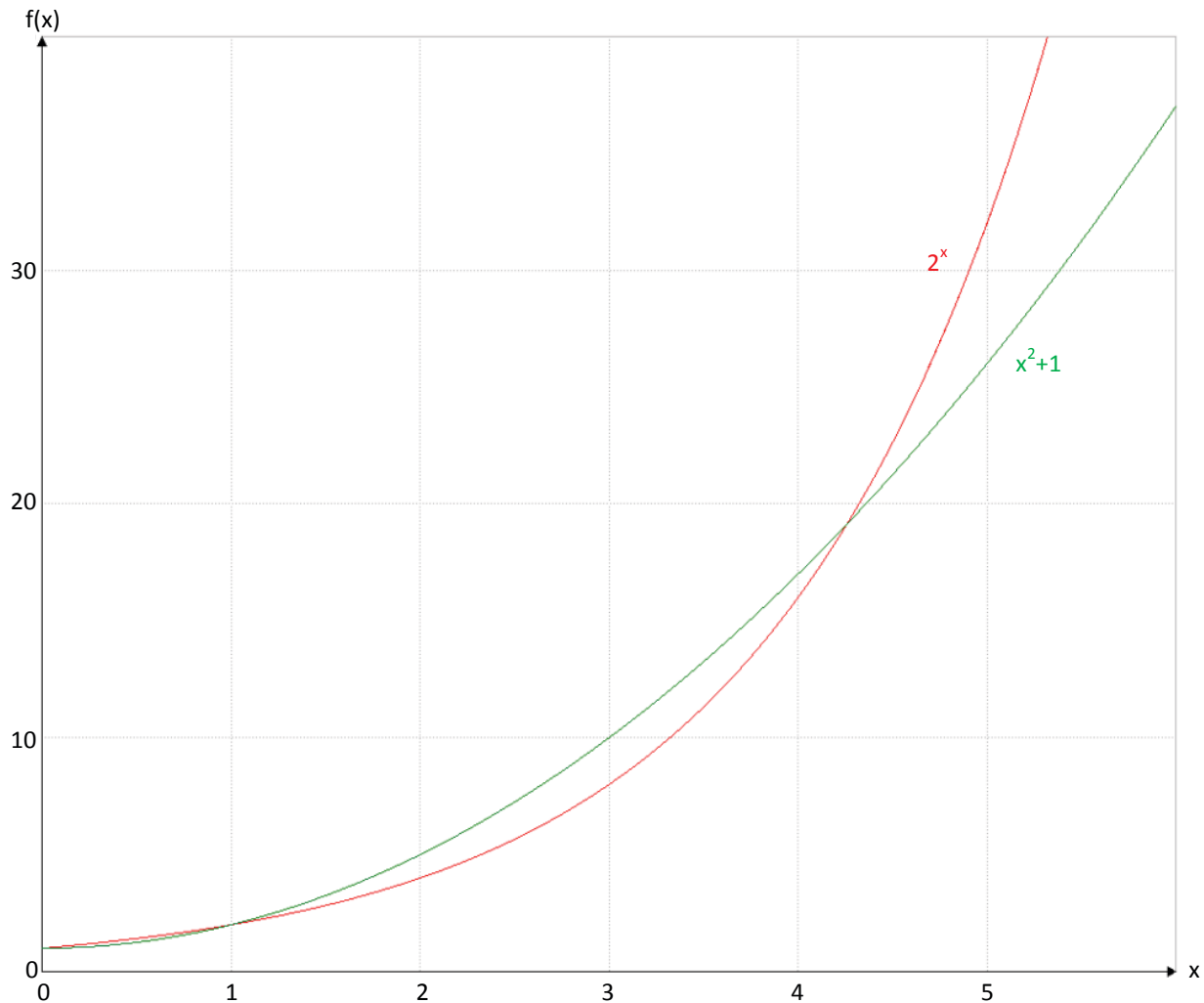


Abbildung 1: Vergleich zwischen der exponentiellen Kurve  $2^x$  (rot) und der quadratischen Kurve  $x^2+1$  (grün). Wie ersichtlich, sehen sich exponentielle und quadratische Kurven recht ähnlich und werden daher von vielen Menschen verwechselt.

Quadratische Kurven begegnen Ihnen also durchaus im täglichen Leben. Aus diesem Grund ist ihre Wertabschätzung auch eher durch Training „in den Griff“ zu bekommen.

Bastian Schweinsteiger ist ein gutes Beispiel, wie Menschen durch jahrelanges Training ein Gefühl für quadratische Formeln entwickeln können. Er erfasst intuitiv ohne nachzurechnen die parabolische Laufbahn eines von Podolski nach innen geflankten Fußballes. Infolge seiner intuitiven Prognose kann er einen Fallrückzieher, der ebenfalls quadratischen Formeln folgt, exakt feinjustieren. Schweinsteiger trifft auf diese Weise den Ball mit seinem Fuß und schießt ihn gekonnt in die linke obere Ecke des Tores. Die Bahn des runden Leders folgt ebenfalls einer ballistischen Bahn. Durch sein jahrelanges Training kann er

also gleichzeitig drei quadratische Formeln einschätzen und miteinander in Einklang bringen. Soll also noch einmal jemand sagen, dass Männer keine zwei Dinge gleichzeitig machen könnten! Auch wenn sie möglicherweise nicht beim Telefonieren gleichzeitig die neue Haarfarbe ihrer Gattinnen bemerken, so schaffen sie es zumindest, gleich mehrere hochkomplexe quadratische Formeln in Echtzeit zu berechnen. ;-) Ein guter Fußballer schafft somit mit seinem intuitiven Gefühl etwas, wovon Roboter-ingenieure in ihren kühnsten Vorstellungen noch nicht einmal zu träumen wagen.

## LOGISTISCHES WACHSTUM

*An unendliches Wachstum glauben nur Ökonomen und Verrückte.*  
Jared Mason Diamond (geb. 1937), Evolutionsbiologe

Logistische Kurven treten bei Wachstumsvorgängen auf, bei denen es strenge, begrenzende Faktoren gibt und dieser Umstand dem Anstieg irgendwann Einhalt gebietet. Das Vorhandensein solcher Kapazitätslimits ist der Normalfall in unserer begrenzten Welt. Beispiele für begrenzende Faktoren sind die verfügbaren Ressourcen, wie der Platz oder die Nahrungsmittel, aber auch der durch das Gedränge entstehende Stress, der sich in erhöhter Infektionsanfälligkeit oder sinkender Fertilität äußern kann.

Nehmen Sie beispielsweise an, Sie würden ein leckeres Vollkornbrot kaufen. Die Ökobäckerin nähme beim Verkauf keine technische Zange, sondern ihre biologischen Hände, um das Brot aus der Theke heraus in die Papiertüte zu legen, was ja gelegentlich vorkommen soll. Dummerweise hätte sie vorher Geldmünzen angefasst, so dass eine Zelle eines Schimmelpilzes sich auf der Kruste des Brotes festsetzen würde. Diese Urschimmelpilzzelle fände nun auf dem Vollkornbrot ein wahres Eldorado vor. Sie könnte sich ungehemmt teilen und damit vermehren. Nach der ersten Teilung lebten zwei Schimmelpilzzellen auf dem Brot, nach der zweiten gäbe es schon vier Zellen, nach der dritten schon acht Zellen und so weiter. Die Schimmelpilzpopulation scheint sich also erst exponentiell nach der Formel  $P = 2^n$  zu vermehren. Irgendwann würde aber der Platz auf dem Brot langsam eng. Die ersten Schimmelpilzzellen teilten sich nicht mehr, da sie keine Nahrungsgrundlage fänden. Das Wachstum verlangsamte sich deswegen immer weiter. Erst wenn nach unendlich langer Zeit die letzte leckere Brotkrume in ekligen Schimmel verwandelt wäre, käme das Wachstum vollständig zum Erliegen.

Ein solches Wachstum würde einer logistischen Kurve folgen. Erst ähnelt das Wachstum einer exponentiellen Linie, doch dann verlangsamt es sich, bis es am Schluss auf einen Grenzwert ausläuft. Die mathematische Formel dafür lautet folgendermaßen:

$$f_{\text{logistisch}}(x) = \frac{G}{1 + \left(\frac{G}{f(0)} - 1\right) e^{-s \cdot G \cdot x}}$$



Dabei ist  $G$  der obere Grenzwert, gegen den die logistische Kurve asymptotisch konvergiert und  $s$  eine Konstante, welche die „Steilheit“ der logistischen Kurve angibt.

Häufig wird behauptet, Krebszellen vermehren sich exponentiell. In Wahrheit wächst ein Tumor jedoch ebenfalls logistisch. Da aber der Wirtsorganismus meist an Organversagen stirbt, bevor das Zellwachstum in die zweite Hälfte der logistischen Kurve gerät, erscheint es nur so, als würden die Zellen sich exponentiell vermehren.

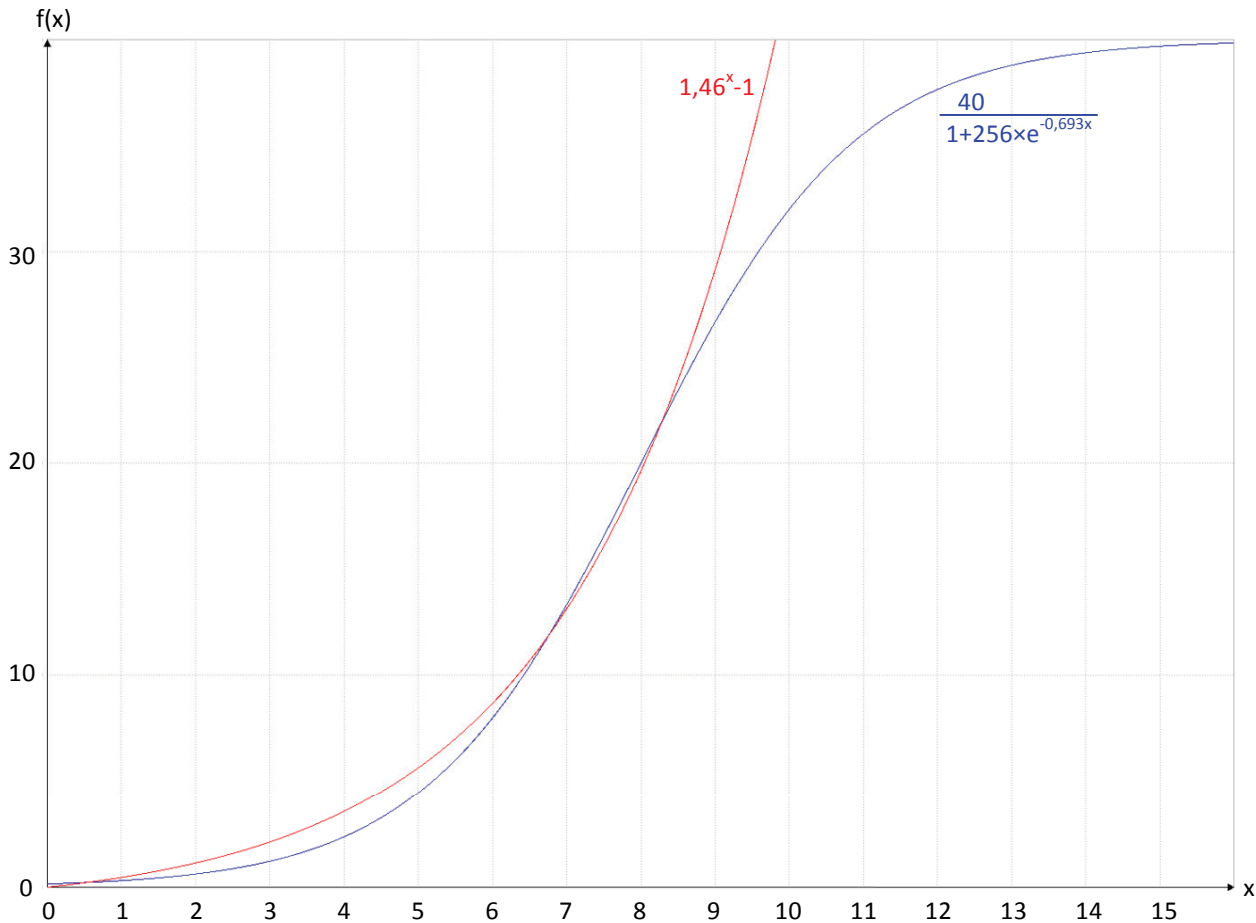


Abbildung 2: Vergleich zwischen einer exponentiellen Kurve (rot) und einer logistischen Kurve (blau)

Wie ersichtlich, ähnelt der Kurvenverlauf in der ersten Hälfte der logistischen Funktion stark einem exponentiellen Kurvenverlauf. Es ist daher sehr schwer, alleine anhand empirisch gewonnener Daten aus der ersten Hälfte des Grafen den weiteren Kurvenverlauf zu prognostizieren.



Buch jetzt bestellen!  
Versandkostenfrei!

## Interesse geweckt?

Steckt hinter exponentiellen Funktionen etwa mehr als abstraktes Schulwissen?

*Prof. Dr. Tobias Breiner*

## Exponentropie

Warum die Zukunft anders war  
und die Vergangenheit gleich wird

Synergia Verlag, 2012, 240 S., kartoniert, **25,90 €**  
ISBN: 978-3-939272-41-0